

Droites remarquables du triangle

1. Médiatrices

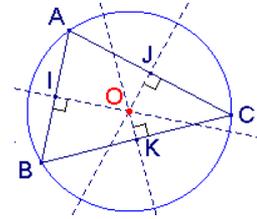
■ **définition** : La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

■ **propriété** : La médiatrice d'un segment est l'ensemble de tous les points équidistants des extrémités du segment.

■ **définition** : On appelle médiatrice d'un triangle, la médiatrice de l'un des côtés c'est-à-dire, une droite perpendiculaire à ce côté, passant par son milieu.

■ **théorème** : Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre du cercle circonscrit** du triangle.

■ **Exemple** : Dans le triangle ABC
O est le point d'intersection des médiatrices du triangle.
O est le centre du cercle circonscrit au triangle.



$$OA = OB = OC$$

Triangle avec 3 angles aigus	Triangle avec un angle droit	Triangle avec un angle obtus
Le centre du cercle circonscrit est dans le triangle	Le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse	Le centre du cercle circonscrit est hors du triangle.

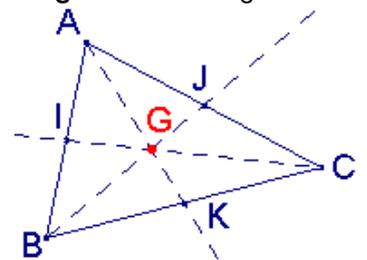
2. Médianes

■ **définition** : On appelle **médiane** d'un triangle, une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé.

■ **propriété** : Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre de gravité** du triangle. Il est situé à deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.

■ **Exemple** : Dans le triangle ABC
G est le point d'intersection des médianes du triangle.
G est le centre de gravité du triangle.

$$AG = \frac{2}{3} AK \quad GK = \frac{1}{3} AK \quad AG = 2GK$$

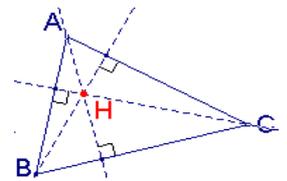


3. Hauteurs

■ **définition** : On appelle hauteur d'un triangle, une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

■ **propriété** : Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre.

■ **Exemple** : Dans le triangle ABC
H est le point d'intersection des hauteurs du triangle.
H est l'orthocentre du triangle.



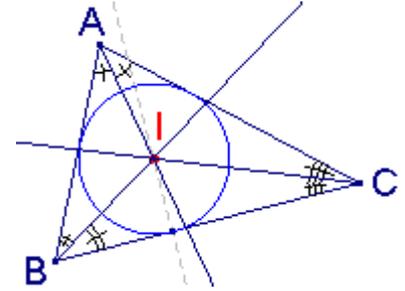
Triangle avec 3 angles aigus	Triangle avec un angle droit	Triangle avec un angle obtus
L'orthocentre est dans le triangle	L'orthocentre est le sommet où se situe l'angle droit	L'orthocentre est hors du triangle.

4. Bissectrices

■ définition : On appelle bissectrice d'un angle, la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

■ propriété : Les bissectrices des trois angles d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

■ Exemple : Dans le triangle ABC
I est le point d'intersection des bissectrices du triangle.
I est le centre du cercle inscrit dans le triangle.



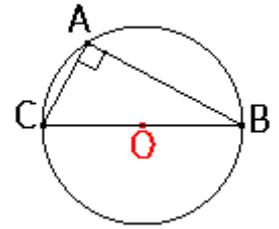
5. Cas particuliers

■ Triangle rectangle :

Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Réciproque :

Dans un triangle, si le centre du cercle circonscrit est le milieu d'un des côtés, alors le triangle est rectangle.



■ Triangle isocèle :

Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi médiane, médiatrice et bissectrice.

Réciproque :

Dans un triangle, si une hauteur est aussi médiane
ou
médiatrice
ou
bissectrice

Dans un triangle, si une médiane est aussi médiatrice
ou
bissectrice

Dans un triangle, si une médiatrice est aussi bissectrice alors le triangle est isocèle.

