



Espace et Géométrie

Ce document a pour but d'apporter aux enseignants du cycle des apprentissages fondamentaux et du cycle des approfondissements une aide à la mise en œuvre de la géométrie dans leur classe.

Géométrie : du grec GE (la terre) et METRON (la mesure)

L'histoire de la géométrie nous interpelle sur la démarche à utiliser dans les classes. L'Homme a **d'abord** été confronté à **des problèmes concrets** posés par la vie quotidienne **avant** de structurer ses observations en théories et **de s'intéresser** à **des problèmes abstraits** résolus par raisonnement déductif et démonstration.

Enseigner la géométrie

☞ Le document d'accompagnement « Espace et géométrie au cycle 2 » nous rappelle qu'à l'école primaire, l'apprentissage de la géométrie a un intérêt double :

- *fournir des outils et développer des connaissances nécessaires pour résoudre des problèmes de l'espace physique, rencontrés dans le cadre de pratiques professionnelles, sociales et culturelles ;*
- *initier au raisonnement déductif.*

C'est	Ce n'est pas
Faire construire des objets géométriques et résoudre des problèmes. Proposer des problèmes, des activités finalisées avec un but identifié par les élèves.	Faire observer passivement des objets.
Introduire et faire acquérir le vocabulaire géométrique en situation. Viser des connaissances fonctionnelles (vocabulaire et propriétés des objets) qui seront réutilisées.	Viser des connaissances formelles (apprendre des définitions, des conventions...).
Développer des compétences techniques liées au maniement d'instruments de dessin (pour vérifier les hypothèses émises, tracer, comparer ou reporter). Apprendre à choisir les outils adaptés à une situation mathématique.	Limiter les élèves à un usage restrictif d'instruments.

Définitions des verbes fréquemment utilisés dans les activités géométriques

☞ Parmi les nombreux verbes cités en géométrie, le document d'accompagnement « Espace et géométrie au cycle 2 » précise la signification des 4 termes fréquemment utilisés dans les activités géométriques à l'école primaire.

REPRODUIRE :

Reproduire un objet, c'est en faire une copie, à l'identique, cet objet étant visible un certain moment (mais pas nécessairement pendant tout le temps de l'activité) [...]. La reproduction peut être réalisée à l'échelle 1 ou à une autre échelle, réalisée avec le même matériel ou non.

DECRIRE :

Décrire un objet, oralement ou par écrit, c'est élaborer des messages en utilisant un vocabulaire géométrique permettant à l'interlocuteur d'identifier l'objet, le reproduire, le représenter.

REPRESENTER :

Représenter un objet ou une situation spatiale, c'est l'évoquer à l'aide de procédés graphiques conventionnels (dessin à main levée, codage...) pour en permettre une restitution proche de l'objet initial.

CONSTRUIRE :

Construire un objet c'est le produire à partir d'un texte descriptif ou prescriptif, à partir d'un schéma, d'un codage, d'une photo... (éclairés ou non par du texte).

SOMMAIRE

Page 1

- Historique
- Démarche
- Définitions

Pages 2 & 3

- Un exemple d'activités géométriques « autour d'assemblages de cubes et tétracubes »
- Pour en savoir plus...

Page 4

- Le matériel géométrique et son utilisation
- Proposition de séquence

Avant toute chose, **il est essentiel que les élèves s'approprient le matériel en le manipulant et en construisant des assemblages en vue de constituer un musée, un recueil de photos...**

De nombreux allers-retours entre espace sensible (manipulation) et espace représenté sont nécessaires.

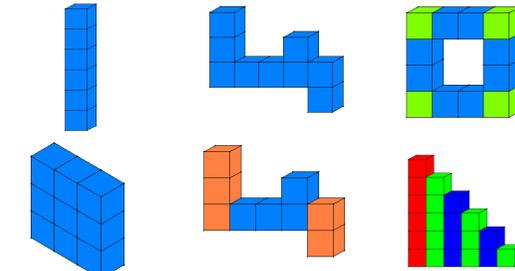
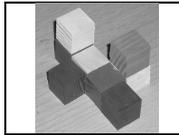
Les élèves doivent pouvoir **comparer** (aborder de nombreux objets différents pour pouvoir les différencier ou les distinguer par classement, rangement...). Ces activités permettent de percevoir et de vérifier les propriétés qui caractérisent un objet en vue de le reconnaître, de l'identifier ou de le nommer.

La verbalisation est importante au cours de toutes les phases des séances. La nature du langage utilisé doit être en constante évolution (de plus en plus précis et adapté). **Les 4 verbes du tableau ci-dessous sont à aborder parallèlement. Les situations proposées ci-dessous peuvent (en se simplifiant ou se complexifiant) s'adapter aux C2 et C3 et nécessitent du matériel :**

- des cubes débités dans des tasseaux dont les dimensions de section sont laissées à l'appréciation des enseignants. Il faut une dizaine de cubes par élève. Il est utile de prévoir des cubes unicolores (1) et multicolores (2).
- des assemblages de cubes sont constitués au préalable par l'enseignant : tour, escalier... (3). Les cubes doivent toujours avoir au moins une face commune (face contre face).
- des photos des assemblages seront nécessaires ainsi que plusieurs photos pour un même assemblage, prises sous différents points de vue, ou différents angles (4).
- un jeu complet de tétracubes est constitué par l'enseignant avec des photos (5) et des représentations en perspective (6).
- des photos de plusieurs points de vue d'un même tétracube sont à prévoir (7).

NB : Pour les élèves de maternelle, les cubes peuvent être remplacés par des "Duplo" plus faciles à manipuler, à condition de se limiter aux pièces basiques à 4 "picots".

Un exemple d'activités géométriques autour d'assemblages de cubes

REPRODUIRE	DECRIRE	REPRESENTER	CONSTRUIRE												
<p>Chaque élève dispose d'un assemblage de cubes qu'il doit reproduire.</p> <p>Les assemblages de cubes peuvent être construits à partir de contraintes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - cubes unicolores (ou neutres) - cubes multicolores (2 à 6 couleurs et leurs positions sur les faces) - nombre de cubes plus ou moins important - matériel d'une autre dimension (cartons cubiques) <p>(1) Cubes unicolores (2) Cubes multicolores</p>  <p>(3)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - Jeu de Kim : plusieurs assemblages sont présentés aux élèves. Puis un assemblage est retiré. Les élèves doivent alors décrire l'assemblage disparu. Le meneur confirme ou infirme les propositions. - Jeu de la carte d'identité : chaque élève (ou groupe) dispose d'un assemblage et doit rédiger sa carte d'identité sous la forme « il a ... » ou « il n'a pas... ». - Jeu du portrait : un élève choisit mentalement un assemblage parmi plusieurs. Les autres lui posent des questions pour l'identifier. Il ne répond que par « oui » ou « non ». - Jeu de la marchande : il s'agit de rédiger le bon de commande des cubes nécessaires pour reproduire un assemblage dont on a le modèle ou construire un assemblage à partir de sa représentation. - Jeu en situation de communication : un élève dispose d'un assemblage de cubes que son partenaire ne voit pas. Ce dernier doit construire ou représenter l'assemblage que lui décrit son partenaire. <p><u>Variables pour ces jeux</u> : nature, nombre, éléments constitutifs... des objets décrits.</p>	<p>Chaque élève dispose d'un assemblage de cubes qu'il doit représenter sur une feuille afin de le faire reconnaître.</p> <p>Le choix du support papier est une variable importante qui aura une incidence sur le type de représentation :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▫ tracé sur feuille quadrillée : plus facile. ▫ tracé sur papier pointé : plus facile, favorise le dessin en perspective. ▫ tracé sur feuille blanche : plus difficile et favorisant les empreintes et les contours. <p>Les élèves doivent associer un assemblage à sa représentation :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▫ associer des empreintes à un assemblage. ▫ associer une photo à un assemblage. 	<p>Selon les cas, plusieurs réponses sont possibles.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Construire en respectant une contrainte : <ul style="list-style-type: none"> ▫ nombre de cubes fixé, ▫ espace du support limité, ▫ dimensions. - Construire en suivant un programme de construction : <ul style="list-style-type: none"> ▫ consignes orales, ▫ consignes écrites, ▫ images séquentielles. - Construire à partir d'une représentation : <ul style="list-style-type: none"> ▫ photo, ▫ dessin à main levée, ▫ dessin sur papier (papier pointé, feuille blanche ou quadrillée), ▫ empreintes, ▫ fiche technique, ▫ codage. <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;">  <table border="1" style="margin-left: 10px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> - Construire à partir de plusieurs représentations : <ul style="list-style-type: none"> ▫ photos : nombre de points de vue choisis. 			2	1	1			1	2			1
		2													
1	1														
	1	2													
		1													

Un exemple d'activités autour d'un assemblage de cubes particulier : les tétracubes

1. Recherche des tétracubes

Il s'agit de trouver toutes les combinaisons possibles de 4 cubes accolés au moins par une face.

Chaque combinaison est appelée "tétracube" (il y a 8 combinaisons possibles).

Les élèves travaillent en groupe, l'intérêt étant de chercher ensemble. Chaque groupe dispose d'une quarantaine de cubes neutres.

Toutes les combinaisons répondant à la consigne seront placées dans un endroit collectif.

2. Recherche des doubles et des tétracubes manquants

Il s'agit maintenant de les trier en identifiant les "doubles" afin de ne garder qu'un seul exemplaire de chaque combinaison. Les doubles seront éliminés.

Pour cela, les élèves vont devoir justifier et argumenter leur point de vue : Pourquoi deux tétracubes sont-ils identiques ? Pourquoi sont-ils différents ? Qu'est-ce qui les différencie ? Qu'est-ce qui fait qu'ils sont identiques ? Comment les cubes sont-ils positionnés les uns par rapport aux autres ?

Ce travail de description et de tri devrait permettre aux élèves d'identifier les 8 combinaisons de tétracubes.

Aides possibles

L'utilisation des photos de chaque tétracube fait partie des aides qui peuvent être proposées aux élèves pour construire un ou les tétracube(s) qui n'aurai(en)t pas été identifié(s).

Les photos d'un jeu complet de tétracubes sont présentées aux élèves. Ceux-ci doivent établir des correspondances entre les représentations (photos, perspectives, codage...) et les tétracubes pour obtenir ou vérifier les 8 combinaisons attendues. Les tétracubes manquants devront être construits.

On peut également mettre en place :

- des activités de représentation

- représenter un tétracube sur une feuille (varier les supports).

- représenter un tétracube selon plusieurs points de vue.

- coder et décoder la représentation d'un tétracube.

- des activités de description

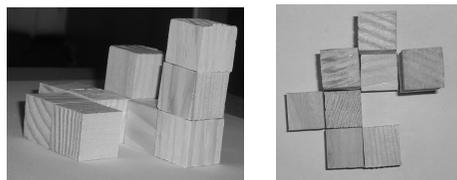
- décrire pour faire retrouver un tétracube parmi plusieurs.

- rédiger la carte d'identité d'un tétracube (nombre de faces, arêtes, sommets).

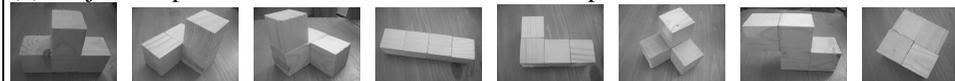
- décrire (discours descriptif ou prescriptif, codage) pour faire construire un tétracube.

- décrire pour faire construire un assemblage de tétracubes.

(4) Différents points de vue d'un assemblage



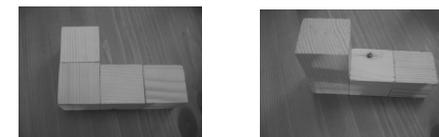
(5) Un jeu complet de tétracubes : les 8 combinaisons possibles



(6) Perspectives d'un jeu complet de tétracubes



(7) Plusieurs points de vue d'un même tétracube



Pour en savoir plus...

Des articles dans Blé 91

Vivre l'espace et la géométrie - n° 38 - 2006

Quelle géométrie en cycle 2 ? - n° 27 - 1999

Les logiciels de la géométrie - n° 20 - 1997

Des sites & logiciels

Site : <http://www.ien-landivisiau.ac-rennes.fr/maths/geometrie/SOMMAIRE.htm>

Site pour télécharger les logiciels GéoNext / Apprenti géomètre / Géoplan-Geospace... **et bien d'autres :** <http://www.ressources91.ac-versailles.fr/index.php?page=la-geometrie-dynamique>

Des ouvrages pédagogiques

Apprentissages géométriques et résolution de problèmes C3 - R. Charnay - Hatier ERMEL - 2006

Apprentissages géométriques aux C2 et C3 - J. F. Grelier - Scérén - CRDP Midi Pyrénées - 2004

Questions sur la géométrie et son enseignement - F. Boule - Nathan - 2001

Enseigner la géométrie à l'école - C 3 - C. Fournié et J. Hélayel - Bordas - 1998

Enseigner la géométrie à l'école - C 2 - A. Bertotto et J. Hélayel - Bordas - 1996

Des documents ressources

Document d'application « Mathématiques C2 - chapitre Espace et géométrie » - CNDP - 2006

Document d'application « Mathématiques C3 - chapitre Espace et géométrie » - CNDP - 2002

Document d'accompagnement « Vers les mathématiques – quel travail en maternelle ? » et

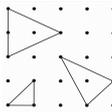
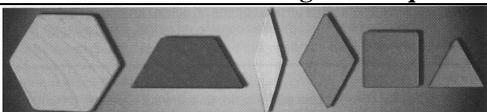
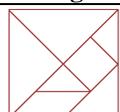
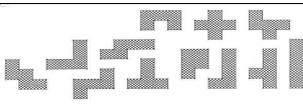
« Espace et géométrie au cycle 2 » - MEN – CNDP - 2005

Le matériel géométrique et son utilisation

Les assemblages de cubes ou tétracubes ne sont qu'une partie du matériel pédagogique favorisant la manipulation.

Matériels et/ou références pouvant être disponibles en circonscription.

Matériel	1. Polydrons	2. Géoplans	3. Tiges + connecteurs	4. Solides en bois	5. Cubes et tétracubes	6. Attrimaths	7. Tangram	8. Kapla	9. Pentaminos
Pour Décrire des positions relatives, des déplacements		x			x	x	x	x	x
Repérer des cases, des noeuds sur un quadrillage		x							
Identifier des relations, propriétés : alignement, perpendicularité, parallélisme symétrie	x	x	x	x	x	x	x	x	x
		x				x			x
Reconnaître, identifier de manière perceptive un objet	x	x	x	x	x	x	x		
Décrire des figures planes		x				x	x		x
Construire, reproduire des figures planes		x				x	x		
Représenter des figures planes		x				x	x		
Décomposer, recomposer des figures	x					x	x		x
Décrire des solides	x		x	x	x			x	
Construire, reproduire des solides	x		x	x	x				
Reconnaître, construire ou compléter un patron	x			x					
Agrandir et réduire des figures	x	x			x	x	x		x

1. Polydrons	2. Géoplans	3. Tiges et connecteurs	4. Solides en bois	5. Cubes
				
6. Attrimaths ou blocs géométriques		7. Tangram	8. Kapla	9. Pentaminos
				

Une séquence sur les solides (cube, pavé droit) au cycle 2

Dans la séquence, on s'attachera à varier le matériel et les formes d'approche afin de construire le concept de solide.

Compétences visées : - distinguer cube et pavé droit de manière perceptive parmi d'autres solides
- utiliser un vocabulaire approprié : cube, pavé droit, face, arête, sommet

S1	Construire des polyèdres	<i>Consigne :</i> A l'aide du matériel Polydron , construisez des objets fermés. ⇨ Utilisation d'un vocabulaire spatial (fermé, ouvert, intérieur, extérieur).
S2	Trier des polyèdres 1	<i>Consigne :</i> Triez tous les objets fermés que vous avez construits la dernière fois. ⇨ Introduction du vocabulaire géométrique : polyèdre, cube, pavé, pyramide...
S3	Trier des polyèdres 2	<i>Consigne :</i> Nous avons beaucoup de polyèdres. Nous allons ne garder qu'un seul exemplaire de chaque polyèdre. Quels sont ceux que nous pouvons enlever ? ⇨ Identique ≠ semblable
S4	Reconnaître des polyèdres	<i>Consigne :</i> Des photos des polyèdres ont été réalisées. Associez chaque photo au polyèdre correspondant. ⇨ Prise de conscience de la relation entre le plan et l'espace.
S5	Représenter des polyèdres à l'aide de vues	<i>Consigne 1 :</i> Dessinez les polyèdres. ⇨ Prise de conscience de la relation entre le plan et l'espace. ⇨ Possibilité d'aller vers la représentation à l'aide du patron (par éclatement des polyèdres). <i>Consigne 2 :</i> Associez l'objet à son dessin.
S6	Reproduire un polyèdre	<i>Consigne :</i> Vous disposez chacun d'un polyèdre. Vous devez reproduire ce polyèdre. Pour obtenir les pièces (Polydrons, tiges et connecteurs) dont vous avez besoin, vous passerez commande. ⇨ Mise en évidence de la relation entre polyèdre et polygone. ⇨ Utilisation du vocabulaire géométrique : face, arête, sommet, nom des polygones.
S7	Décrire un polyèdre	<i>Consigne du jeu du portrait :</i> Décrivez un polyèdre pour permettre à un camarade de le reconnaître parmi d'autres ⇨ Utilisation d'un vocabulaire mathématique. <i>Consigne du jeu tactile (solides en bois ou en carton, Polydrons) :</i> Touchez un polyèdre sans le regarder et essayez de le reconnaître pour l'identifier.