

Cycle II : CP et CE1
GRANDEURS et MESURES
Une petite « incursion » dans la
GEOMETRIE

Patrick WIERUSZEWSKI
Université Orléans
IUFM Centre Val de Loire, BLOIS
DDF de MATHEMATIQUES

CHATEAUROUX, *lycée agricole de TOUVENT*, Février 2012

PLAN et SOMMAIRE

1. Une double activité pour commencer : quelques vrais « découpages » pour commencer ; puis un peu de culture mathématique du quotidien pour aller vers la problématique de « l'animation-conférence » du jour.
2. PROBLEMATIQUE. Les grandeurs : des problèmes d'enseignement aux questions d'apprentissages. Du côté des programmes, du côté des mathématiques, du côté des pratiques scolaires.
3. Eléments d'analyse « ciblés » sur les GRANDEURS au programme de l'école élémentaire.
4. Quelques pistes de travail, quelques problèmes. Questions et débat.

BIBLIOGRAPHIE sélective

(Cf. fin du diaporama)

Catherine HOUDEMONT. Journées IREM, Lille, 2006

« L'apprentissage des grandeurs joue un rôle important dans les mathématiques que ce soit pour le développement du raisonnement, le renforcement de l'esprit critique ou l'épanouissement de la vie citoyenne.

- *Il construit un chemin entre les insuffisances du perceptif, l'intérêt des instruments de mesure (qu'il est nécessaire d'apprendre à utiliser) et la puissance du raisonnement (dont le calcul).*
- *Il prépare un terrain d'expérience pour d'autres concepts mathématiques : nombres non entiers, preuves géométriques.*
- *C'est un domaine prétexte à l'interdisciplinarité, un croisement des sciences, de l'histoire, de la géographie ».*

En 2001, Guy BROUSSEAU remarquait que le mot « GRANDEUR » était ignoré de l'index de *l'Encyclopediae Universalis*, mais qu'il apparaissait dans plus de 1000 articles, pour la plupart scientifiques !

In « Enseigner les Mathématiques à l'Ecole Primaire », Noirfalise et Matheron, aux éditions Vuibert.

C'est parti pour les deux **activités**

➤ Une première notion naturelle et naïve de « GRANDEUR » : une **activité** pour identifier et isoler les différents concepts en jeu.

Source : « *Donner du sens aux mathématiques* », Fénelon et Pfaff, aux éditions Bordas.

➤ Une deuxième **activité** du côté « culturel ».

Première activité

Matériel autorisé. Deux feuilles blanches de format A4, une paire de ciseaux, un feutre (ou des crayons divers). *Pas plus et pas moins !*

CONSIGNE.

1. Sans utiliser aucun instrument usuel de géométrie, découper une feuille de format A4 en deux surfaces ayant le même périmètre et pas la même aire. *De plus, il ne doit pas y avoir de chute, de trou ou de surface « perdue »*. Prouver que le découpage produit répond à la consigne.
2. Idem 1., mais cette fois-ci, les deux surfaces doivent avoir la même aire et pas le même périmètre. *De plus, il ne doit pas y avoir de chute, de trou ou de surface « perdue »*. Prouver que le découpage produit répond à la consigne.

3. Les procédures ou techniques mises en œuvre lors des résolutions des deux questions de la diapositive précédente font-elles appel aux mêmes notions, voire aux mêmes concepts ?
4. Pour aller plus loin : un prolongement de la première activité. On joue aux DOMINOS, bonne idée : et les grandeurs dans tout ça ?

(Au fait, combien de dominos dans un jeu « double-six » ?)

D'après Fénichel, Pauvert et Pfaff

On continue à faire émerger des représentations et des conceptions, avec le **problème** suivant.

QUESTION : trouver le (ou les) lien(s) entre une Carte Nationale d'Identité, une feuille de format normalisé A4 et « notre » journal quotidien « La Nouvelle République ».

Et pourquoi pas le journal l'EQUIPE ?

Compléments : notion de « grammage » d'une feuille de format normalisé AFNOR.

Des questions : quelle est la masse (ou le poids) d'une feuille de format A4 ? Suite : on soupèse une feuille de chacun des formats A5, A4 et A3.

Les différences de masse (ou de poids), sont-elles sensibles ?

Finalelement, combien pèse une feuille de format A4 ?

Une feuille normalisée de format A4 a un grammage usuel de 80g. *Signification ?*

Cela signifie qu'une feuille normalisée de format A0, d'aire $\approx 1\text{m}^2$, pèse 80g. On peut donc facilement en déduire la masse des autres feuilles.

Une feuille de format normalisé A4 pèse donc 5g. (...)

Il existe d'autres formats normalisés : on connaît le fameux « 24×32 », made in USA.

Au fait, d'où « viennent » ces formats normalisés ?

Histoire et Révolution Française...

Un premier « bilan » en trois points

- Les OBJETS (« *Ca tient dans la main, ça tient dans la main* », Coluche, *mais pas que !*), les GRANDEURS (« *qualités* » communes à des familles d'objets, à expliciter et à définir !) et les MESURES (les NOMBRES, *enfin, ouf !*) ne doivent pas être confondues.
- Pour un même OBJET, plusieurs GRANDEURS peuvent être mises en évidence et étudiées. Exemples...
- Pour « connaître » un OBJET, il est donc nécessaire de l'étudier sous différents aspects, sans obligatoirement faire appel tout de suite au NOMBRE ou à la MESURE. Exemples...

Ah bon, ça commence bien. Poursuivons ! On va devoir passer par quelques compléments « théoriques ». OUI.

Une première définition « générale »

On appelle GRANDEUR liée à un OBJET, un « caractère » de cet objet susceptible de « variations ».

Bon, on a une « définition », mais est-elle opératoire ? C'est-à-dire : est-ce qu'on s'en sert pour résoudre des problèmes et lesquels ?

Quelques exemples : la qualité d'un conférencier, la gentillesse ou la mansuétude d'un professeur, d'un inspecteur, ... sont des grandeurs liées aux êtres humains. Oui, mais comment repérer de bons « caractères » ? Le degré de mansuétude varie d'un professeur à un autre ; d'où THE question fondamentale : comment COMPARER ?

D'autres exemples. La température est une grandeur « simplement » REPERABLE : comparaisons directes ou à l'aide d'instruments. *Pas mal ! On progresse.* Oui, mais, en mélangeant un litre d'eau à 20°C avec un litre d'eau à 40°C, obtient-on deux litres d'eau à une température de 60°C (ou autre température ?) ? Non, bien évidemment ; donc, il faut affiner ce qu'on veut voir « varier » pour étudier de « bonnes » grandeurs. Ce sont justement les GRANDEURS au programme de l'Ecole Primaire (2008).

Grandeurs et mesures. (Fin) Maternelle

Découvrir les formes et les grandeurs

*En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des « propriétés » simples (« petit/grand » ; « lourd/léger »). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à **comparer** et à **classer** selon la **forme**, la **taille**, la **masse**, la **contenance**.*

Se repérer dans le temps

Les enfants perçoivent très progressivement, grâce à une organisation régulière de l'emploi du temps, la succession des moments de la journée, puis celle des jours et des mois.

À la fin de l'école maternelle, ils comprennent l'aspect cyclique de certains phénomènes (les saisons) ou des représentations du temps (la semaine, le mois). La notion de simultanéité est abordée dans des activités ou dans des histoires bien connues ; la représentation (dessins, images) contribue à la mettre en évidence.

Dès la petite section, les enfants utilisent des calendriers, des horloges, des sabliers pour se repérer dans la chronologie et mesurer des durées. *Ces acquisitions encore limitées seront à poursuivre au cours préparatoire. Par le récit d'événements du passé, par l'observation du patrimoine familial (objets conservés dans la famille, ...), ils apprennent à distinguer l'immédiat du passé proche et, avec encore des difficultés, du passé plus lointain.*

Toutes ces acquisitions donnent lieu à l'apprentissage d'un vocabulaire précis dont l'usage réitéré, en particulier dans les rituels, doit permettre la fixation.

(Suite). Cycle 2 CP/CE1 (uniquement). SCCC, palier 1.

Compétence 3. Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

➤ *Utiliser les unités usuelles de mesure ; estimer une mesure ; être précis et soigneux dans les tracés, les mesures et les calculs ; résoudre des problèmes de longueur et de masse.*

Programmes 2008. Grandeurs et Mesures

➤ *Les élèves apprennent et comparent les unités usuelles de longueur (m et cm ; km et m), de masse (kg et g), de contenance (le litre), et de temps (heure, demi-heure), la monnaie (euro, centime d'euro).*

➤ *Ils commencent à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix. (...)*

➤ *Se repérer dans l'espace et le temps. Les élèves apprennent à repérer l'alternance jour-nuit, les semaines, les mois, les saisons. Ils utilisent des outils de repérage et de mesure du temps : le calendrier, l'horloge.*

« AXIOME » pédagogique. Le concept de GRANDEUR se construit tout d'abord à travers des activités de COMPARAISON (directe ou indirecte).

En conséquence, tout protocole expérimental de travail avec les élèves doit inclure des activités liées à des comparaisons matérielles effectives.

On parlera des masses ou des poids plus ou moins lourds, des durées plus ou moins courtes, des aires plus ou moins étendues, des températures plus ou moins chaudes, ...

On doit alors chercher à ORDONNER correctement chaque grandeur.

D'où une question : *peut-on faire « mieux » ? En particulier, investir dans de bonnes conditions d'autres RELATIONS, voire des OPERATIONS sur les GRANDEURS.*

On parle ensuite de GRANDEURS REPERABLES, puis de GRANDEURS MESURABLES. *Commentaires...*

Une GRANDEUR est (*dite*) REPERABLE si on peut définir une relation d'ORDRE permettant de COMPARER, puis de RANGER des OBJETS selon cette GRANDEUR.

Cf. la diapositive 9

Dans ce cas, « l'expression » : « **Grandeur de l'Objet A < Grandeur de l'Objet B < Grandeur de l'Objet C** » a alors un sens.

Les longueurs, les masses, les aires, les durées, les températures, les prix ... sont des GRANDEURS dites REPERABLES.

On met ainsi en évidence une propriété mathématique fondamentale : la TRANSITIVITE.

Il faut maintenant aller plus loin : on voudrait « faire plus » que COMPARER et RANGER.

On va donc chercher à définir ce qu'on va appeler une **GRANDEUR MESURABLE** pour certaines **GRANDEURS REPERABLES** en fabriquant de « bonnes » opérations. C'est la clef !

➤ Une ADDITION. La **GRANDEUR** de deux **OBJETS** « réunis » est égale à la somme des **GRANDEURS** de chaque **OBJET**.

➤ Une MULTIPLICATION dite « externe ». La **GRANDEUR** d'un nombre ***n*** d'**OBJETS** identiques est égale à ***n*** fois la **GRANDEUR** de l'**OBJET** générique.

Définition. Une **GRANDEUR REPERABLE** sur laquelle on peut définir une telle ADDITION et une telle MULTIPLICATION « externe » est une **GRANDEUR** (*dite*) **MESURABLE**.

Dernière étape. Il convient maintenant d'établir une « relation » forte et durable entre les NOMBRES et les GRANDEURS MESURABLES.

Ce qui est loin, très loin d'être simple, d'un point de vue formel et théorique ! Avec une rupture « épistémologique » au collège : passage des nombres positifs aux nombres relatifs. Commentaires à l'oral...

C'est donc parti pour les GRANDEURS MESURABLES : on va effectivement les mesurer, c'est le but du jeu !

Pour mesurer une GRANDEUR, on cherche à la COMPARER à une GRANDEUR (*de même nature ou de même espèce*) appelée ETALON, *arbitrairement* **choisie** comme UNITE.

Le but est alors de savoir combien de fois la GRANDEUR ETALON est contenue dans la GRANDEUR à mesurer.

Cette « opération » s'appelle le MESURAGE et le ***nombre*** d'étalons contenus dans la GRANDEUR s'appelle la MESURE (qui est donc un NOMBRE). *En particulier*, la MESURE dépend de l'ETALON choisi.

Le MESURAGE n'est pas toujours aussi simple ou aisé : comment faire quand cela ne tombe pas « juste » ?

Comment assurer la meilleure précision dans la MESURE ?

Vrai(s) « *PROBLEME(s)* » qui préoccupe les mathématiciens, les physiciens et les historiens.

Quels « effets » sur l'enseignement ?

Un piste de PROGRESSION

➤ Les activités premières basées sur la COMPARAISON ont essentiellement pour fonction de donner un statut au MESURAGE, puis à la MESURE.

Les conceptions des élèves évoluent alors : on passe alors d'une **GRANDEUR perçue** suivant plusieurs paramètres ou critères possibles à une **GRANDEUR mesurée**, à partir d'un ETALON.

➤ MESURER, c'est trouver un NOMBRE, donc se livrer à une activité de COMPTAGE et, mieux, à un CALCUL, avec un ETALON donné ou construit. OUI, mais dès qu'on change d'ETALON, les expressions caractérisant la **même** GRANDEUR changent. (*Voir exemples ci-après*).

➤ Un exemple (spécial cycle III) : « 36 cm² » désigne une AIRE. « 36 » est un NOMBRE qui exprime la **mesure** de cette AIRE, dans le cas où le cm² est pris comme UNITE.

➤ Lorsqu'on change d'UNITE, la MESURE change : 36 cm² et 3600 mm² désignent la même AIRE. Mais comme l'unité choisie est différente, les mesures ne correspondent pas au même nombre.

On peut, *on doit ?*, écrire : **36 cm² = 3600 mm²**, mais **36 ≠ 3600 ! Ouf !**

➤ Un autre exemple (spécial cycle III) : du côté des durées, avec une conversion (important : convertir, c'est « faire » une OPERATION).

$1/5 \text{ h} = 1/5 \text{ d'heure} = 1/5 \text{ « (de) une heure »} = 1/5 \times 60 \text{ min} = 60/5 \text{ « (de) une minute »} = 12 \text{ min !!!}$

Ouf, bis, on trouve ce qu'il faut : deux écritures différentes de la même durée ! KOLOSSAL.

La MESURE d'une GRANDEUR a pour but de remplacer les manipulations sur les objets par des opérations sur des NOMBRES (toute comparaison, bonne addition, bonne multiplication « externe », rapport(s), ...), elle reste donc un objectif majeur de notre enseignement.

Mais lorsqu'elle est abordée trop tôt ou trop rapidement, elle s'érige en obstacle à la perception de la GRANDEUR qu'elle est censée représenter, les enfants centrant leur attention sur les NOMBRES au détriment de l'unité qui leur est associée.

Au cycle II, par exemple, de nombreux élèves déclarent les affirmations suivantes :

« 36 cm c'est plus que 3 m parce que 36 c'est plus que 3 ».

C'est donc un défi pédagogique pour le **PE**.

Un deuxième « bilan » en deux points (Cf. diapositive 8)

(1) Comment « distinguer » le monde des OBJETS et celui des GRANDEURS ?

➤ Accorder une place essentielle à des comparaisons expérimentales des objets, suivant des critères spécifiques.

(2) Comment « distinguer » une GRANDEUR et sa MESURE ?

Les « entrées » pédagogiques possibles.

➤ Donner un caractère fort, voire fondateur, à la somme de deux GRANDEURS.

➤ Faciliter les rapports entre deux GRANDEURS de même espèce.

➤ Choisir un étalon pertinent (OBJET), associé à une unité de mesure (GRANDEUR), pour définir une « bonne » mesure (NOMBRE).

Objets, Grandeurs (*pertinentes*) et **Mesures** du programme : un tableau récapitulatif

Baguette de bois	Longueur	Nombre + unité
Récréation	Durée	Nombre + unité
« Récipient »	Contenance	Nombre + unité
Surface plane	Aire	Nombre + unité
Objet « pesant »	Masse ou Poids	Nombre + unité
Polyèdre	Volume	Nombre + unité
Sac « en solde »	Prix	Nombre + unité
<i>OBJET...</i>	<i>GRANDEUR...</i>	<i>NOMBRE...</i>

Etude des GRANDEURS au programme du cycle II
 Avec un petit tour en GS,
Dossier Eduscol, en date du 12 mars 2010

Fiche 9

DM 1 - Découvrir le monde

Connaissances ou compétences à évaluer

Découvrir les formes et les grandeurs

Ranger selon des critères donnés par l'enseignant
Item 1

Consignes pour les élèves :

« Regardez bien votre fiche. Elle est composée de quatre lignes avec des images (laisser un temps d'observation).

« On commence par la première ligne. Il y a un train, une voiture, un vélo et une fusée. Vous allez ranger ces moyens de transport du plus lent au plus rapide en mettant des numéros sous les images. Vous écrirez 1 sous l'image de l'objet avec lequel on va le moins vite, ensuite 2 puis 3 puis 4 ; 4 ce sera le plus rapide des moyens de transports.

Idem pour trois autres « lignes ».

Cf. diapositive suivante pour deux lignes sur les quatre.

DEBAT ...

Réalisation attendue : l'élève range correctement les objets.

Pour aller plus loin

L'ordre n'est pas correct au moins dans une série

Il peut y avoir un problème de compréhension de la consigne, en particulier sur le critère de rangement (connaissances lexicales en jeu).

Il peut y avoir un problème de mémorisation de la consigne ; l'élève peut par exemple inverser le plus et le moins ou « transformer » la consigne en fonction de représentations plus familières (ex : pour jeune / vieux, les élèves peuvent traiter petit/grand).

Il peut y avoir un déficit de connaissances donc de représentation permettant d'apprécier l'ordre demandé (exemple : immeuble / gratte-ciel).

Il peut y avoir un problème d'organisation du travail (comment déterminer un ordre, comment coder cet ordre, et ne pas perdre de vue la consigne).

S'il y a une simple inversion entre deux éléments d'une série ou inversion complète de la série, il ne s'agit probablement pas d'une difficulté à classer mais plutôt d'un problème de compréhension de la consigne ou de représentation de l'image proposée. Un dialogue individuel avec l'enfant permet de trancher ces interrogations.

En revanche, s'il y a de nombreuses erreurs, il faudra multiplier les activités de rangement d'abord avec des objets réels voire des personnes, en fonction de critères dégagés par les élèves. Il importe de jouer sur des critères différents pour les mêmes objets et faire expliciter les ordres différents auxquels on aboutit (exemple : le plus vieux n'est pas nécessairement le plus grand ; un train peut être le plus long des moyens de transport considérés mais pas le plus rapide ; etc.). La réflexion sur la base de mots ou d'images (et pas d'entités réelles) est importante parce qu'elle mobilise des représentations.

Lent / rapide



Un train



Une voiture



Un vélo



Une fusée

Lourd léger



Un éléphant



Un papillon



Un chien



Une souris

Exemple emblématique d'une grandeur dite « continue » :
les longueurs

Ouf, on est sur un bon terrain !

C'est une GRANDEUR qu'on peut qualifier de « première », pour son appréhension et pour les liens forts qu'elle compte avec en particulier, les aires et les volumes.

Quelques questions ou notions auxquelles il faut faire attention et qui sont « sensibles ».

Sans augurer de la difficulté de l'enseignement (*PE*) , bien avant de s'intéresser à ce qui est difficile à apprendre (*Elève*) ! Cf. diapositive 2.

Il convient de bien initialiser le processus, qui pourra servir pour l'étude d'autres GRANDEURS.

➤ Importance du lexique lié au mot LONGUEUR : plus, moins, long, haut, court, grand, petit, tant de fois plus grand, tant de fois plus petit, ...

BUT : aller de « grand » à « plus grand que ».

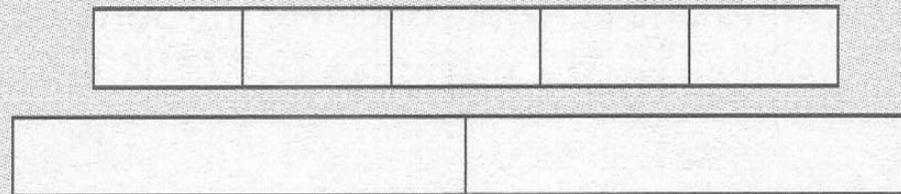
➤ Champ sémantique du mot LONGUEUR : connaître et utiliser une liste des mots convergeant vers le concept de longueur.

➤ Propriété de conservation des LONGUEURS (*psycho-cognition, Piaget*) : un élève est « conservant » s'il est capable de reconnaître la conservation des longueurs après « déformation » ou déplacements des objets possédant cette caractéristique.

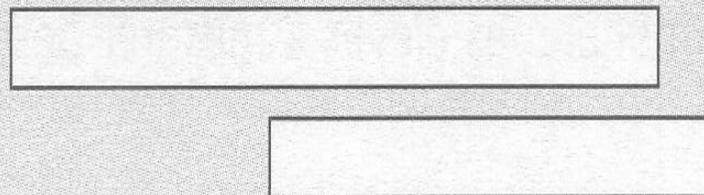
D'où quelques difficultés chez les élèves, à analyser a priori, avant tout enseignement-apprentissage : Cf. diapositive suivante.

- **confusion entre longueur et largeur** pour ranger des bandes (la bande la plus large sera jugée la plus grande) ;
- **confusion entre longueur et quantité** (une bande composée de 5 morceaux est jugée plus grande qu'une bande composée de 2 morceaux, sans tenir compte de la longueur des morceaux).

Exemple :



- **comparaison sans tenir compte de l'origine** (une courte bande dépassant une bande longue sera jugée plus longue). Exemple :



Où GRANDEUR et GEOMETRIE se « rencontrent » le cas de la REGLE

La REGLE : instrument fondamental au CP. Un principe pédagogique : faire en sorte que cet instrument soit reconnu comme incontournable pour tout **tracé rectiligne**.

Les « **fonctions** » de cet instrument.

- i. Instrument qui sert à mesurer, *avant même tout enseignement relatif à cette mesure.*
- ii. Instrument qui sert à tracer des traits rectilignes, à en prolonger d'autres.
- iii. Instrument qui sert à repérer des alignements. (*Important au primaire !*) (...)

On doit donc conduire un « enseignement-apprentissage » structuré et pensé concernant l'appréhension de cet instrument. A la lecture des activités de certains fichiers, cette dimension est minorée, voire insuffisante.

Éléments de progression pour le cycle II.

OBJECTIF 1 : montrer que la règle est le « meilleur » instrument pour tracer des traits rectilignes.

Quelques ACTIVITES, à accompagner d'analyses idoines.

- Sur une feuille A3 (*mieux que A4*), demander de tracer « à main levée » des traits « droits » les plus « longs » possibles.
- *Même support.* Tracer des traits « droits » avec des objets et des gabarits « en dur ».
- *Même support.* Tracer des traits « droits » avec la règle graduée ou non.

OBJECTIF 2 : acquérir une motricité efficace d'utilisation de la règle pour tracer des traits « droits ».

Faire tracer des traits droits (*mieux* : rectilignes) partout !!!

OBJECTIF 3 : « rencontrer » la notion de « direction ».

Une ACTIVITE, accompagnée d'analyses idoines.

Sur une feuille de format A4 ou A3 (*c'est toujours mieux !*), partagée en quatre « régions », tracer des traits de même « direction » dans chaque région.

Variables de situation : nombre de régions, dimensions du support, nature du support (blanc ou quadrillé ou pointé ou ...), présence d'un modèle ou pas, nombre de traits, ...

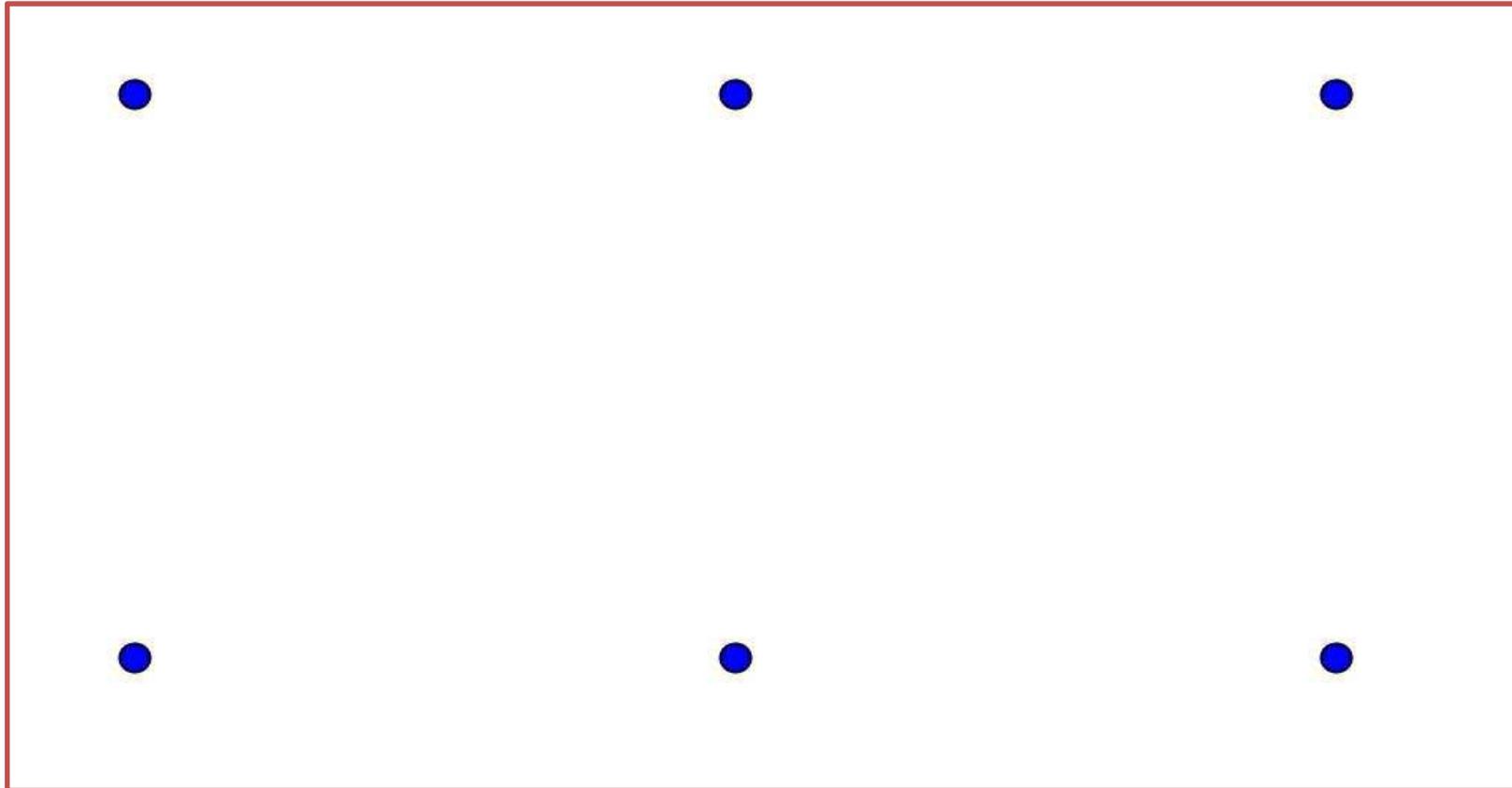
OBJECTIF 4 : tracer des traits « droits » avec des contraintes et « approcher » la notion d'alignement.

Quelques ACTIVITES, accompagnées d'analyses idoines.

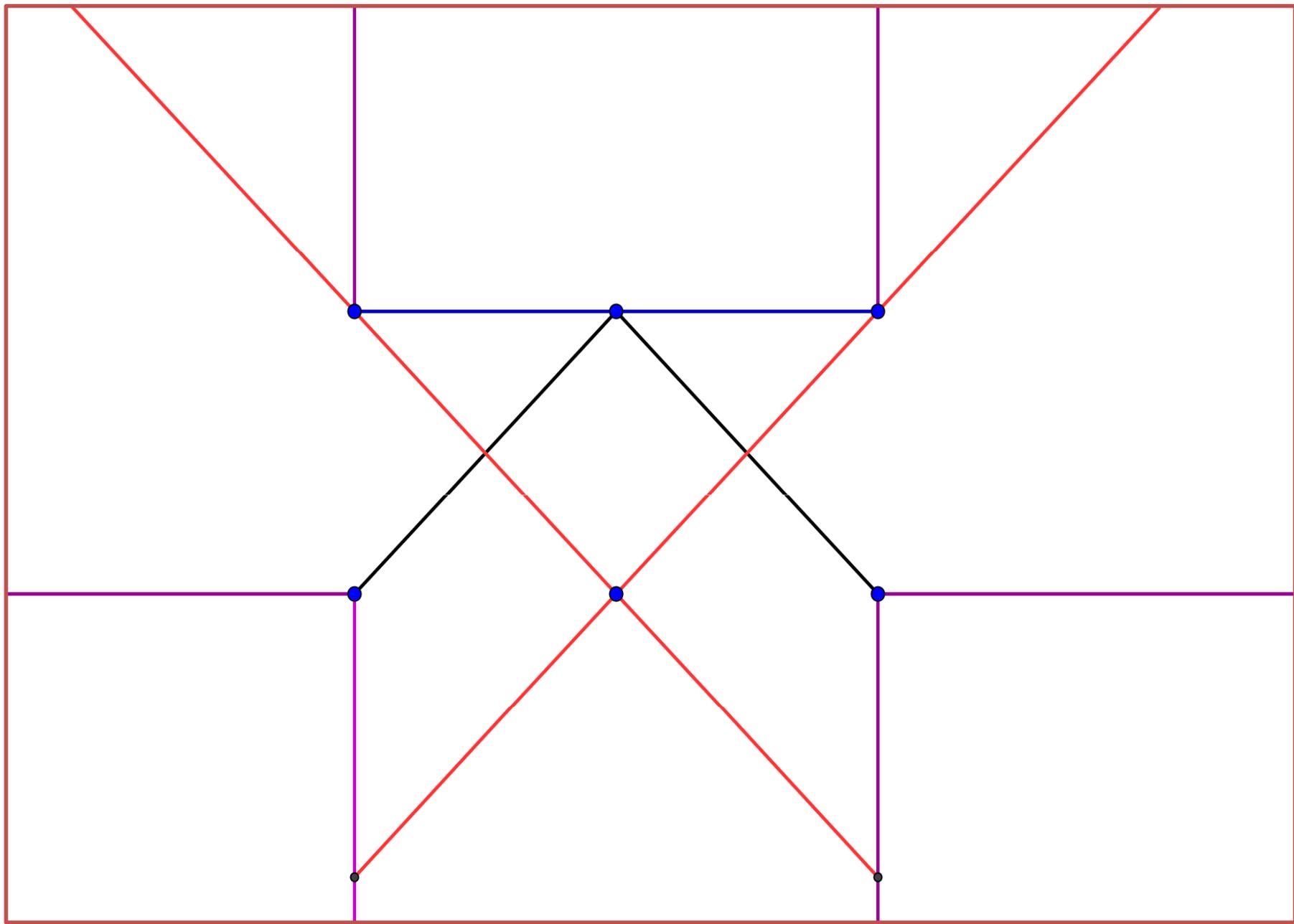
- *Support* : feuille de format A4, blanche ou quadrillée ou pointée ou ... Marquer un « point » et tracer des traits « droits » passant par ce point.
- *Support* : idem ci-dessus. Marquer plusieurs points et tracer des traits droits passant par deux points à chaque fois.
- *Support* : idem ci-dessus. Marquer plusieurs points, avec des alignements, et tracer des traits droits, respectant des alignements, s'il y en a.

- Et les fichiers, ben oui ! *I don't forget !*

OBJECTIF 5 : appliquer des « programmes » de construction, « suivre » des modèles, ...

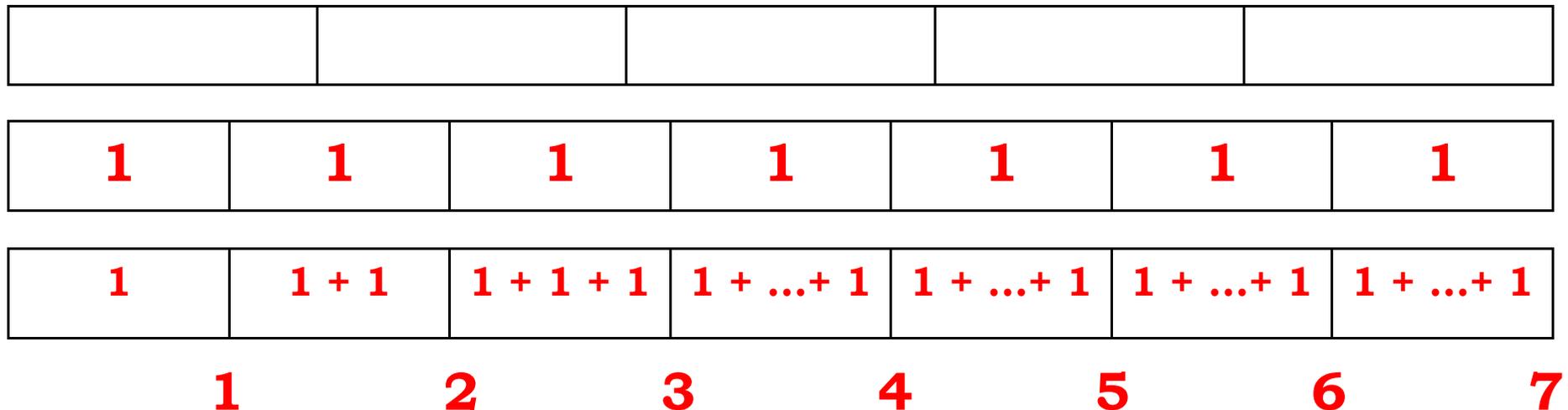


CONSIGNE. « Voici six points marqués chacun à l'aide d'un petit « rond ». Tu dois réaliser la même figure que celle-là ». A toi de jouer.



On avance maintenant du côté des longueurs et des mesures avec la règle graduée.

Dans une première approche de la mesure d'une longueur, il est important d'introduire des instruments de mesure sur lesquels ne figurent pas de graduations, pas d'unités, puis on introduit les unités de manière explicite, pour aller vers le modèle usuel. *Voir exemples ci-dessous.*



A l'aide de cet instrument ou d'un instrument du même type, on va donc pouvoir donner une information « fiable » sur la longueur d'un segment donné.

- Soit on « tombe juste » (rarissime !).
- Soit on tombe entre deux graduations et on donne un « encadrement » : la longueur est comprise entre ... « plus grande que » et en même temps « plus petite que » ...

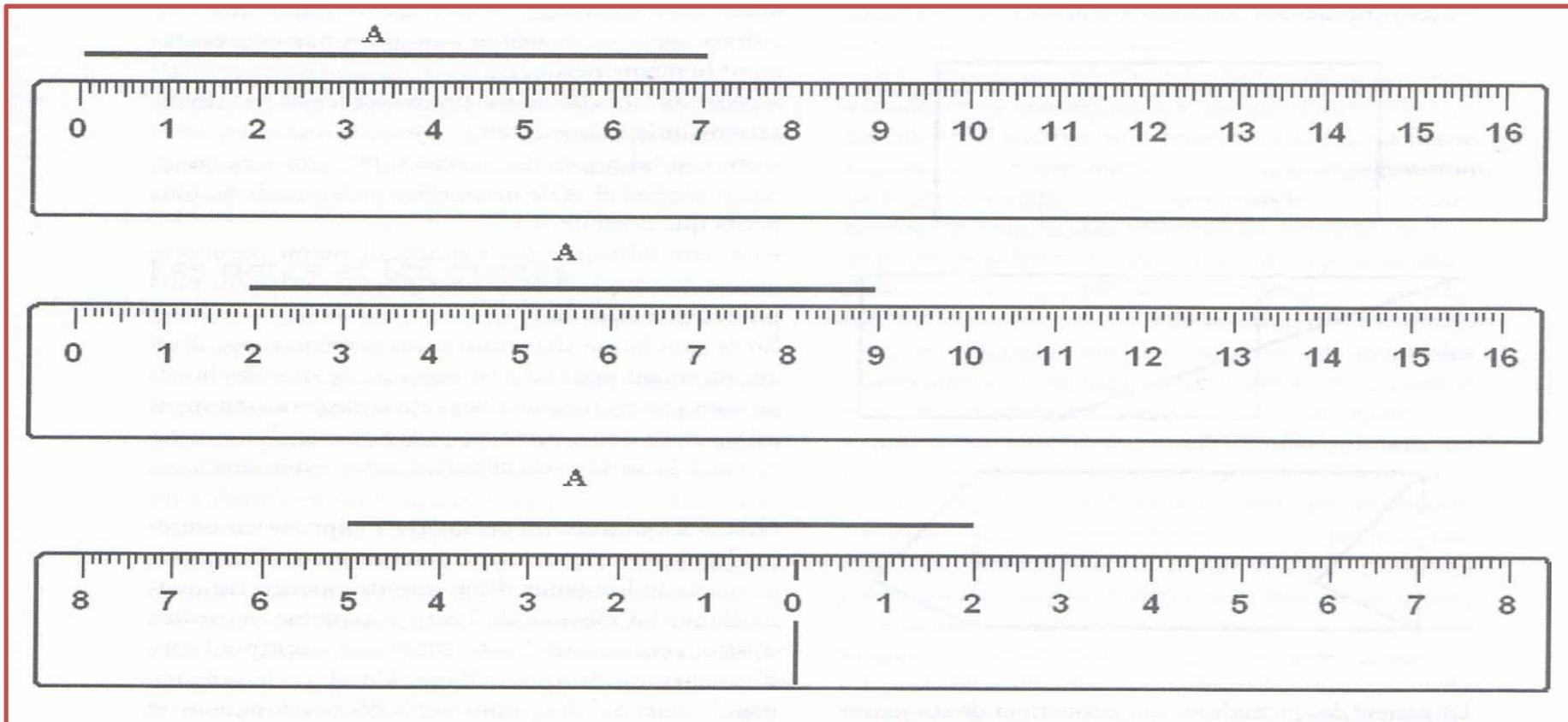
Dernier point : la problématique de la graduation.

Pour graduer une droite, on doit déterminer une origine, lui affecter le nombre 0, on doit choisir une longueur-unité et concaténer les longueurs-unités en affectant à chaque itération un nombre de la file numérique dans l'ordre.

Dans une activité de mesurage, on ne doit pas hésiter à avoir plusieurs longueurs distinctes d'un même segment.

Insister sur l'invariance de la longueur, une fois l'unité choisie.

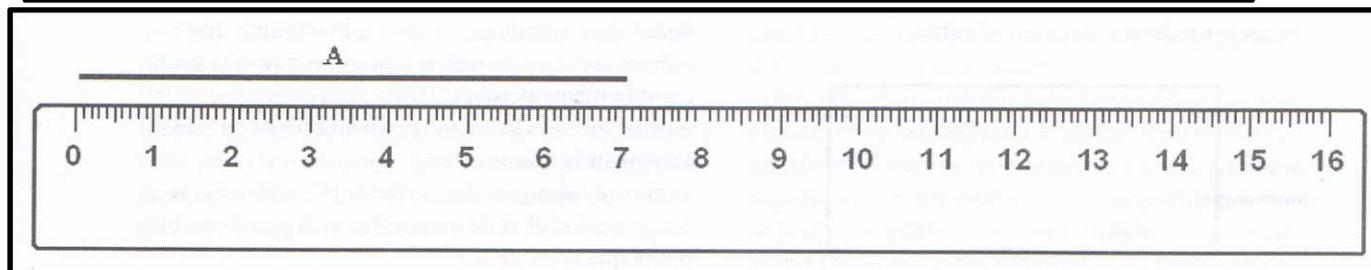
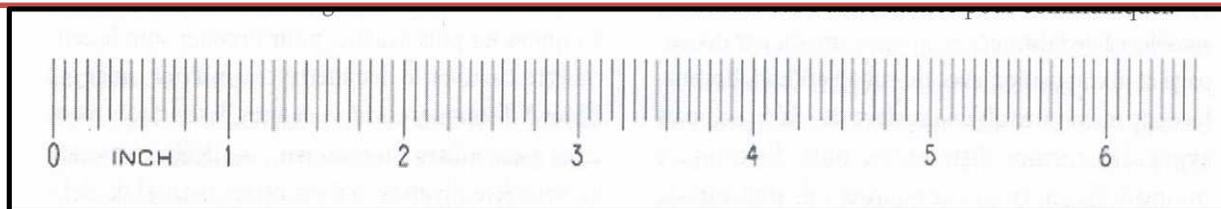
Le segment **A** ci-dessous mesure (« toujours ») 7 (unités) indépendamment de la façon de placer les extrémités sur les graduations.



Il peut être parfois pertinent de mettre en concurrence, dans la classe, des bandes graduées dans une unité usuelle et d'autres graduées dans une autre unité.

Exemple ci-dessous : une règle graduée en cm et une autre règle graduée en inches.

On va donc écrire des égalités de longueur de la forme : $n \text{ cm} = i \text{ inches}$, d'où d'autres relations numériques à produire, en mobilisant « *en acte* » une relation de proportionnalité.



Quelques principes pédagogiques, certes classiques, mais à ne pas négliger !

- L'introduction de la première unité de référence est laissée au choix de l'enseignant : centimètre ou mètre. Il est souhaitable que chaque unité soit mise en rapport avec une partie du corps de l'enfant : le mètre peut être la longueur d'un « pas de géant » », le centimètre est à peu près la largeur d'un doigt d'enfant ou la longueur d'une phalange ou...
- Les élèves devront assez vite comprendre que le choix de l'unité dépend de la longueur à mesurer : la « longueur » de la cour ou celle de la trousse ne se mesurent pas avec la même unité. La combinaison des deux unités peut s'avérer pertinente.
- Des conversions (= *opérations*, *rappel* !) peuvent devenir nécessaires mais il faut que les élèves en comprennent la nécessité : elle permettent de comparer des longueurs en comparant leurs mesures ou bien d'additionner des longueurs en additionnant leurs mesures.

On poursuit l'investigation d'autres GRANDEURS.
Du côté des poids et des masses

A l'école élémentaire, on acceptera de confondre la masse et le poids.

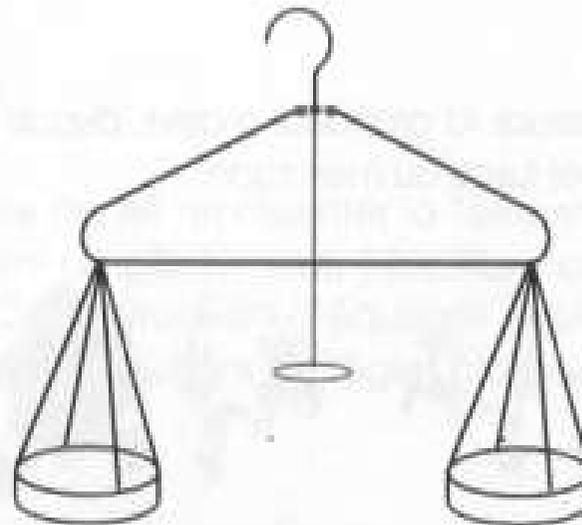
➤ Par contre, il faut « aider » les élèves à ne pas confondre masse et volume.

➤ La première expérience de comparaison des objets selon leur masse va s'appuyer sur l'action de SOUPESER les objets. On introduit ensuite la balance de Roberval pour lever les doutes sans omettre d'établir le lien entre le fonctionnement de la balance et les sensations kinesthésiques perçues lors de la comparaison de deux objets de masses très différentes.

*La diapositive suivante propose un exemple de balance de Roberval à construire en classe (IREM-SCEREN de Lille, brochure : « **GRANDEURS et MESURES au cycle III** », la balance « porte-manteau »).*

Matériel nécessaire

- Un portemanteau ayant si possible un petit crochet de chaque côté.
Deux bacs en plastique identiques (bacs ayant servi à conditionner des aliments, par exemple boîtes de glace ou autres).
Ficelle.
Par la suite, fil à plomb constitué par un morceau de ficelle à l'extrémité duquel est fixé un objet (boulon, rouleau de papier adhésif, boule de pâte à modeler, etc.). Ce fil à plomb, accroché en haut du portemanteau, permet de repérer la position d'équilibre au moyen d'une marque sur la barre latérale.



- La pesée à l'aide de masses marquées doit précéder les pesées avec une balance graduée ou à affichage digital, même si le rapport entre ces deux types de mesures doit être établi.
- La définition du kilogramme comme masse-unité de référence sera mise en rapport avec la masse d'une bouteille contenant un litre d'eau. Le rapport entre le gramme et le kilogramme ne devra pas se limiter à : $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$, il faut aussi que les élèves soient capables de prévoir quels sont les objets dont la masse se mesure en grammes et ceux dont la masse se mesure plutôt en kilogrammes.
- En règle générale, les conversions de masses devraient être reliées à des situations de **PROPORTIONNALITE**.
(Idem pour les longueurs, ben oui !)

Un petit problème sur les masses.
Quelle est la fausse pièce d'or ?

Un vol de pièces d'or a été commis dans une banque (*grecque ?*). En effet, neuf pièces d'or identiques (*forme, masse, valeur, ...*) ont été volées, mais parmi ces neuf pièces, il y en a quand même une qui est « fausse » : elle est moins lourde que les huit autres (*oui, mais pas beaucoup moins lourde, donc zut : indiscernable au « soupesage »*).

On dispose simplement d'une balance « porte-manteau » (*voir diapositive précédente*) et d'aucune masse marquée.

Montrer qu'en trois pesées, au plus !, on est certain de trouver la mauvaise pièce, avec laquelle, on va pouvoir payer les dettes ! (...)

Problème bis : « ***Dix sacs de pièces d'or, sauf un !*** »

La **contenance** ou la **capacité**

- L'activité expérimentale de comparaison des contenances de deux récipients repose sur l'idée de transvasement.
- Le travail expérimental de rangement de plusieurs récipients selon leur contenance est une bonne occasion de faire intervenir la transitivité, comme pour les masses.
- Les « verres-doseurs » utilisés dans les recettes font apparaître un risque de confusion entre masse et volume (ou contenance), il n'est donc pas inutile de faire remarquer qu'un même récipient n'a pas la même masse selon qu'il est rempli de farine, de sucre ou d'eau.
- La contenance ne se distingue du volume intérieur d'un récipient que par le choix des unités : pour la contenance, le litre et ses multiples et sous-multiples sont construits sur la base dix ; pour le volume les unités déduites des unités de longueur vont de mille en mille : $1\text{m}^3 = (10\text{ dm})^3 = 1000\text{ dm}^3$

Une autre GRANDEUR au programme :
le concept de temps et la notion de durée

Quelques points de repères théoriques (Brochure
« *Prends ton Temps* », IREM de Besançon).

Les contextes et les supports de travail possibles à
proposer aux élèves, à partir du cycle II :

- Lecture de l'heure sur des pendules à aiguilles.
- Liens entre les différents affichages les plus usuels :
« digital » et « à aiguilles ».
- Calculs sur les durées.
- Outils de représentation du temps linéaire et
cyclique.
- Liens et passages entre ces diverses représentations.

Le temps est à la fois une notion banale, mais difficilement saisissable : le passé n'est plus, le futur est à venir et le présent ? *Volatil* !!! De fait, on ne peut le percevoir de façon isolée : c'est ce qu'on appelle un « objet » instable.

Enfin, le TEMPS est une notion bien plus abstraite que le NOMBRE.

- Les « dates » ne sont pas des grandeurs mesurables.
- Le temps peut être perçu comme **cyclique** (alternance jour/nuit, semaine, mois, ...) ou **linéaire**. Ce dont il faut avoir conscience, c'est que les élèves le vivent essentiellement comme un phénomène linéaire.
- Les élèves doivent parvenir à bien se repérer dans le déroulement d'une journée de classe en fin de maternelle.
- Il est raisonnable de penser qu'ils parviennent à se repérer correctement dans une semaine en fin de cycle II.

- Le repérage sur l'année en prenant appui sur un calendrier n'est effectif qu'au cours du cycle III même si on commence à l'aborder au cycle II.
- Le vocabulaire employé dans le langage courant n'aide guère les enfants à distinguer les notions de repères chronologiques et celle de durée :
« *Il est huit heures, j'ai dormi huit heures* » ; « *Il y a dix ans, j'avais quarante sept ans* ».
- La durée est une grandeur mesurable, mais sa construction est particulièrement délicate et semble difficile à « construire » avant le cycle III.
- De plus, le temps vécu n'est pas perçu comme uniforme. *Quinze minutes passées à attendre quelqu'un qui n'arrive pas (à un rendez-vous galant le 14 février ?) sont perçues comme beaucoup plus longue que quinze minutes de récréation (qui est « toujours » trop courte !)*. Cette dimension doit être explicitement abordée avec les élèves.

- La durée d'un sablier peut aussi être utilisée comme durée de référence et permettre d'établir les premières mesures de durées : « *La récréation du matin a duré huit sabliers, celle de l'après-midi a duré neuf sabliers, elle est donc plus longue* ». Simultanéité, durée « plus grande », ...
- La « seconde » est l'unité légale de mesure des durées. On peut la mesurer en disant qu'une seconde, c'est, à *peu près*, le temps qui sépare la diction de deux mots-nombres quand on récite la comptine numérique. La « minute » est un « paquet » de 60 secondes et « l'heure » est un « paquet » de 60 minutes.

Quelques exercices et problèmes : voir la diapositive suivante

Une ACTIVITE pour le cycle III, prémisses au cycle II ?

Calculs de durées avec des horloges.

Il y a *essentiellement* trois types de questionnement possibles.

- On connaît les instants de départ et d'arrivée, on cherche la durée du temps écoulé.
- On connaît l'instant de départ et la durée du temps écoulé, on cherche l'instant d'arrivée.
- On connaît la durée du temps écoulé, l'instant d'arrivée, on cherche l'instant de départ.

Remarque : on retrouve un parallèle avec la classification des problèmes additifs de Vergnaud.

On s'amuse, chiche : des conversions, yes !!!
10h 35min 18s = ? 10,...h et 8,27h = ? 8h ...min ...s

Source : exercice 12, évaluation CE1, 2009

Sur chaque ligne du tableau, choisis parmi les deux propositions, celle qui te paraît possible et entoure-la :

Un immeuble peut avoir pour hauteur	20 cm	20 m
Un crayon à papier peut avoir pour longueur	15 cm	15 m
Une bouteille de jus d'orange peut coûter	3 euros	3 centimes d'euro
Un vélo peut coûter	100 centimes d'euro	100 euros
Une vache peut peser	500 kilogrammes	500 grammes
Un ours en peluche peut peser	250 grammes	250 kilogrammes

Consignes **PE**. Questions à « enrichir ».

Donner les unités idoines par objet, pertinence ?
Explorer des pistes liées aux instruments nécessaires. Nombre d'items possibles par réponse...

Enfin, qu'est ce qui est essentiel pour travailler la compétence « Estimer une mesure » ?

GRANDEURS et MESURES dans une collection
(« *Pour Comprendre les Mathématiques* », aux éditions
HACHETTE). (Remerciements à Claude MAURIN).

Au **CP**

Leçon 25 : Ranger du « plus petit » au « plus grand ». Leçon 34
: Utiliser la monnaie. Procédures personnelles.

Leçon 45 : Utiliser la monnaie. Vers une procédure experte.

Leçon 48 : Se repérer dans le temps.

Leçon 65 : Comparer des longueurs (1). Leçon 79 : Comparer
des longueurs (2).

Leçon 93 : Compter avec la monnaie. Leçon 94 : L'heure (1).

Leçon 99 : Les jours et les mois de l'année.

Leçon 104 : Mesurer une longueur par report d'unité.

Leçon 117 : Utiliser la règle graduée. Leçon 124 : L'heure (2)

Leçon 133 : « Plus lourd », « plus léger ». Leçon 134 : Utiliser la
règle graduée.

Leçon 139 : Vers le CE1. Se repérer dans le mois.

BIBLIOGRAPHIE « sélective »

Ce n'est pas parce que les « anciennes » références communes, en particulier les publications ERMEL, ne sont pas citées qu'elles ont perdu de leur actualité, mais de nouveaux « produits » existent. *Heureusement !*

Deuxième remarque : les sites institutionnels sont aussi à explorer.

✚ Mathématiques. « Le nombre au cycle II ». SCEREN, CRDP du Centre, Académie Orléans-Tours.

✚ (Cycles I et II) « Un rallye mathématique à l'école maternelle ? Oui, c'est possible ! » F. et F. EMPRUN. SCEREN, CRDP Champagne-Ardenne.

✚ « Problèmes additifs et soustractifs, CP et CE1 ». GRAFF, VALZAN et WOZNIAK. SCEREN, CRDP Nord – Pas de Calais. (...)

✚ To be continued...

- ✚ « Calcul Mental au cycle II ». « Calcul Mental au cycle III ». Collection MOSAIQUE, éditions Hatier. CLAVIE, PELTIER, AUBERT.
- ✚ « Prends ton Temps ! », « Le Carrousel des Nombres » : deux publications de l'IREM de Besançon.
- ✚ « Points de Départ », numéro spécial de la revue « *Grand N* ». Une publication de l'IREM de Grenoble.
- ✚ « Grandeurs et Mesures, cycle 3 ». IREM Lille et SCEREN, CRDP Nord, Pas de Calais.
- ✚ Les manuels et fichiers de la collection « Pour Comprendre les Mathématiques », programmes 2008. Editions HACHETTE (*sous la direction de C. MAURIN*).
- ✚ (...)

MERCI !

La prochaine fois, ce sera au tour de vos collègues de cycle III de s'y coller.